

Étude et implantation d'une méthode algébrique pour résoudre des systèmes à coefficients flous

Jérémy Marrez Annick Valibouze Philippe Aubry

La théorie des nombres flous est utilisée dans de nombreux domaines où l'information est incomplète ou imprécise pour modéliser des réalités incertaines. Résoudre des systèmes polynomiaux à coefficients flous est l'un des enjeux majeurs dans le champs de la modélisation incertaine car il s'étend à un large spectre d'applications en sciences, comme l'économie, la médecine et l'ingénierie.

Jusque là, deux catégories différentes de méthodes ont été développées pour résoudre des systèmes de polynômes à coefficients flous, l'une reposant sur des calculs approximatifs, et l'autre sur des calculs exactes. Dans la première catégorie, on retrouve la méthode de Newton et ses extensions comme les réseaux de neurones et d'autres méthodes itératives [1, 2, 5]. Cependant, les résultats de ces approches numériques sont difficiles à évaluer.

Pour faire face à ces problèmes, une autre catégorie de méthodes basées sur du calcul formel a été développée récemment. Contrairement à l'approche numérique, ces techniques algébriques produisent un résultat exact. Nous nous intéressons ici à une nouvelle approche [4] pour résoudre des systèmes de polynômes du type :

$$AX + B = CX + D \tag{1}$$

où X est un vecteur de variables réelles, et A, B, C, D sont des matrices floues, avec la particularité qu'un nombre flou en général n'a pas d'inverse pour l'opération d'addition.

L'idée principale de cette approche est dans un premier temps de convertir le système (1) en un système paramétrique, c'est-à-dire en faisant intervenir la représentation paramétrique des nombres flous. Car si les coefficients sont flous, leur représentation elle, est formelle, ce qui nous permet d'aborder cette représentation dans certain cas. Elle a été étudiée dans le cas des nombres flous dits triangulaires [7, 4] et nous l'étendons ici à celui des nombres flous dits quadratiques. Pour les nombres flous triangulaires, la conversion en système paramétrique donnera 2 fois plus d'équations et un paramètre r .

Ce nouveau système est converti en un système avec une variable de moins appelé le système tranché collecté (collected crisp system). Sur ce nouveau système d'équations intermédiaires, nous utilisons l'algorithme de décomposition triangulaire de Wu Wen Tsun qui nous amène à des systèmes triangulaires fa-

ciles à résoudre [3]. Toutes les solutions peuvent être obtenues simultanément. De plus, il n'est pas nécessaire d'isoler les solutions en fonction de la valeur du paramètre r . La variété du système tranché collecté est alors calculée. Cette variété est composée de toutes les solutions exactes du système (1).

La présentation du sujet pourra s'organiser comme suit. Dans un premier temps, la théorie des nombres flous est présentée. Puis les notions de bases nécessaires à l'algorithme de décomposition triangulaire de Wu Wen Tsun sont rappelées et cet algorithme de résolution algébrique de systèmes d'équations polynomiales est introduit. Ensuite, nous nous concentrons sur le passage du flou à l'algébrique pour pouvoir utiliser la méthode de Wu. La procédure principale de résolution de ces systèmes d'équations peut alors être déroulée. Pour finir, nous présentons la bibliothèque Fuzzy résultant de ce travail [6] avec des exemples, et des tests réalisés par son biais. Cette bibliothèque implantée en SageMath basé sur Python décrit l'arithmétique sur les nombres flous et la méthode algébrique de résolution des systèmes de polynômes à coefficients flous.

Références

- [1] Saeid Abbasbandy and B Asady. Newton's method for solving fuzzy nonlinear equations. *Applied Mathematics and Computation*, 159(2) :349–356, 2004.
- [2] Saeid Abbasbandy and Mahmood Otadi. Numerical solution of fuzzy polynomials by fuzzy neural network. *Applied Mathematics and Computation*, 181(2) :1084–1089, 2006.
- [3] Philippe Aubry. *Ensembles triangulaires de polynomes et resolution de systemes algebriques. Implantation en axiom*. 1999.
- [4] Marziyeh Boroujeni, Abdolali Basiri, Sajjad Rahmany, and Annick Valibouze. Finding solutions of fuzzy polynomial equations systems by an algebraic method. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 30(2) :791–800, 2016.
- [5] James J Buckley, Thomas Feuring, and Yoichi Hayashi. Solving fuzzy equations using evolutionary algorithms and neural nets. *Soft Computing*, 6(2) :116–123, 2002.
- [6] Jeremy Marrez. Étude et implantation d'une méthode algébrique pour résoudre des systèmes à coefficients flous. Master's thesis, UPMC - Pierre and Marie Curie University, France, 2016.
- [7] Luciano Stefanini and Laerte Sorini. Fuzzy arithmetic with parametric lr fuzzy numbers. In *IFSA/EUSFLAT Conf.*, pages 600–605, 2009.