

Décomposition d'un tenseur symétrique de rang faible: Application à l'identification de modèle statistique

J. Harmouch

B. Mourrain

H. Khalil

Ce projet a pour objet d'estimer la décomposition minimale affine d'un tenseur symétrique de rang faible à l'aide des mesures d'un modèle statistique lié à ce tenseur. La décomposition d'un tenseur symétrique vient de la décomposition en valeurs singulières des matrices de Hankel multi-variées tronquées associées au tenseur. On exploite des propriétés de la structure des matrices de multiplication associée à l'algèbre quotient "de Gorenstein" liée au tenseur afin de calculer les poids et les points de la décomposition. L'estimation des paramètres d'un modèle à travers les moments d'une base de données statistique en utilisant la décomposition en valeurs singulières est à la fois un outil numérique efficace et optimal.

L'identification des paramètres d'un modèle statistique à travers des moments du tenseur associé exige la résolution d'un système d'équations polynomiales multi-variées. Dans cette présentation, on remplace la résolution de ce système par l'étude de la structure de l'algèbre quotient associée au dual du tenseur. Alors, les calculs des paramètres du modèle peuvent être obtenus par l'extraction des valeurs réelles des points et des poids la décomposition aussi que leur nombre. Ceci impose la décomposition affine minimale du tenseur multilinéaire associé au modèle en une somme pondérée des formes linéaires associées à ses paramètres et donc la décomposition de son dual en une somme pondérée d'évaluations. La décomposition du dual de tenseur est obtenue à travers la décomposition en valeurs singulières des matrices de Hankel multi-variées tronquées associées au tenseur. Le calcul du nombre des termes dans cette décomposition dérive du rang numérique de la matrice de Hankel inversible tronquée et le calcul des coordonnées en x , y et z des points vient de calcul des vecteurs propres des matrices de multiplication et de leurs transposées dans les bases orthogonales convenables. Dans les travaux récents développés par [6] on a présenté la correspondance entre la décomposition du tenseur et l'algèbre quotient associée mais non pas trop l'efficacité de calcul numérique des algorithmes développés qui interprètent la structure de l'algèbre quotient. On propose une méthode algébrique stable qui permet de traiter ces instabilités numériques [5] et d'extraire les paramètres d'un modèle statistique à l'aide d'un petit nombre de moments donnés.

Ce problème a beaucoup d'applications dans les domaines des sciences numériques, de l'ingénieur, de l'ordinateur [1], en traitement de signal [7], en neurologie [3], et en statistique [2].

La probabilité de croisement des deux ou trois premiers mots dans un document fixe(ou de n'importe quelle collection de deux ou trois mots) revient à esti-

mer la probabilité conjointe de cette collection des mots sur tous les documents du corpus. Ceci nous permet alors de déterminer les vecteurs de probabilités de chaque mot suivant chaque document en utilisant la décomposition affine minimale d'un tenseur symétrique de rang r équivalent au nombre des topiques dans le corpus. Ce tenseur est associé aux moments modélisant le croisement des mots dans chaque document. On se sert des propriétés de la décomposition d'un tenseur symétrique décrit par [8] afin d'accomplir cet objectif. Des travaux ont été déjà développés par [4] afin de résoudre cette décomposition en utilisant des outils stochastiques.

Références

- [1] T. G. Colda and B. W. Bader. Tensor decompositions and applications. *SIAM review*. 51 (3) :455, 2009.
- [2] J. B. Kruskal. Three-way arrays : rank and uniqueness of trilinear decompositions, with application to arithmetic complexity and statistics. *Linear Algebra and Appl.*, 18(2) :95-138, 1977.
- [3] M. Littman, R. Sutton, and S. Singh. Predictive representations of state. In *Advances in Neural Information Processing Systems 14*, pages 1555-1561, 2001.
- [4] A. Anandkumar, R. Ge, D. Hsu, S. M. Kakade, M. Telgarsky . Tensor Decompositions for Learning Latent Variable Models. *Journal of Machine Learning Research* 15, pages 2773-2832, 2014.
- [5] J. Harmouch, B. Mourrain, and H. Khalil. Decomposition of Low Rank Multi-Symmetric Tensor. *MACIS 2017, LNCS 10693*, p. 51-66, 2017.
- [6] M. Elkadi, B. Mourrain : Introduction a la resolution des systemes polynomiaux. *Mathématiques et Applications*, vol. 59. Springer, Heidelberg, 2007.
- [7] F. E. D. Raimondi, P. Common. *IEEE Signal Processing Letters*. P. 99, March 2017.
- [8] B. Mourrain . Polynomial-exponential decomposition from moments. *Found. Comput. Math.* , Springer Verlag (2017) , September 2016.