

Variations autour d'un théorème de Christol

Xavier Caruso

Un célèbre théorème de Christol affirme qu'une série à coefficients dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ est algébrique sur $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}(x)$ si et seulement si la suite de ses coefficients est p -automatique.

L'objectif de cet exposé sera de raconter de jolies mathématiques en lien de ce théorème. Je commencerai par esquisser trois démonstrations différentes de ce résultat, chacune d'entre elles mettant en avant soit des méthodes plutôt analytiques, soit des méthodes plutôt géométriques, soit enfin des méthodes algébriques.

Je présenterai ensuite une question algorithmique directement inspirée par le théorème de Christol, puis expliquerai comment la résoudre de manière efficace en mêlant au mieux les divers ingrédients que l'on a vu apparaître dans chacune des trois démonstrations précédentes.

(Travail en commun avec A. Bostan, G. Christol et Ph. Dumas.)